

Titre du projet: **LAMAV.Albrecht**

Ecole Doctorale: **SCIENCES POUR L'INGENIEUR (ED SPI 072)**

Type d'allocations **allocation fléchée internationale**

Domaine scientifique principal du thème concerné **[1]**

Domaine scientifique Secondaire (à préciser En cas d'interface) **[9]**

Thème et sous-thèmes prioritaires
- Mathématiques, STIC, Nanotechnologies
- Interfaces de la physique, des mathématiques et des STIC

Unité de recherche (nom, label, localisation) **LAMAV, EA 4015, FR CNRS 2956, Université de Valenciennes et du Hainaut-Cambrésis**

Nom, prénom et courriel du directeur de thèse **Albrecht, Gudrun, gudrun.albrecht@univ-valenciennes.fr**
Professeure des Universités

Nom, prénom du co-directeur éventuel

Titre du sujet de thèse en français
Développement de méthodes de subdivision appropriées à la CAO

Titre du sujet de thèse en anglais
Development of CAD appropriate subdivision methods

Argumentaire scientifique présentant les enjeux de la thèse et son adéquation avec le sous-thème prioritaire

Ce projet de thèse accompagne le montage d'un projet européen dans le cadre du programme EUROSTARS (<http://www.eurostars-eureka.eu/>), dont les partenaires seront le département de mathématiques de l'Università degli studi di Bologna, Italie (<http://www.dm.unibo.it/>, coordinateur), l'équipe LAMAV-CGAO de l'Université de Valenciennes (<http://www.univ-valenciennes.fr/lamav/cgao/>) et la société CAO think3 (<http://www.think3.com/en/default.aspx>). Il s'agit de la suite du projet stratégique IT4CAD (voir <http://www.dm.unibo.it/~morigi/>, rubrique research), son objectif est de continuer l'intégration des surfaces de subdivision dans un logiciel commercial de CAO afin de rendre plus rapide et plus intuitif le design et la modification de surfaces au sein du logiciel.

Les surfaces de subdivision sont définies comme limite d'une séquence de raffinements successifs appliqués à un maillage initial. Ces surfaces permettent la modélisation d'objets de formes très complexes et cela d'une façon simple et naturelle. Grâce à ces caractéristiques les surfaces de subdivision sont utilisées

avec beaucoup de succès en animation et pour les jeux vidéo. Leur utilisation en CAO débute seulement dû aux problèmes liés aux exigences de très haute précision, de conversion entre ce nouveau format et le format NURBS standard et la reproduction de formes souvent rencontrées comme par exemple les sphères, les cylindres, les cônes, les surfaces tubulaires etc.

Dans ce cadre, le but de ce projet de thèse est de développer des méthodes de subdivision afin de reproduire des surfaces particulières, souvent rencontrées dans les applications de CAO. Les surfaces en question sont les quadriques et les cyclides de Dupin. Les quadriques sont des surfaces algébriques de degré deux, elles incluent les sphères, les cylindres et les cônes, ainsi que les ellipsoïdes, les paraboloides et les hyperboloides, et sont très utilisées en mécanique et en architecture, en raison de leurs formes esthétiques et pratiques, en plus de leurs représentations mathématiques simples. Les cyclides de Dupin sont des surfaces algébriques de degré quatre incluant par exemple les tores et possédant un ensemble de propriétés géométriques facilitant leurs utilisations en modélisation géométrique. En application d'ingénierie elles sont particulièrement importantes comme surfaces de raccordement entre plans, cônes, cylindres et sphères. Comme maillages initiaux les maillages quadrangulaires et triangulaires seront considérés.

Connaissances et compétences requises

Bonnes connaissances en mathématiques (géométrie, analyse numérique) et en informatique (informatique graphique, structures de données).

Description du projet en français

Le travail se basera sur les références suivantes.

En ce qui concerne les méthodes de subdivision les articles [7, 8, 9] et la monographie [10] seront à la base des travaux, où la référence [7] pourra servir comme point de départ pour une éventuelle généralisation d'une méthode de reproduction de coniques dans le plan à une méthode de reproduction de quadriques dans l'espace.

Les publications [1, 2] serviront comme introduction aux représentations des quadriques adaptées à la CAO, et les travaux [3, 4, 5, 6] fourniront le point d'entrée pour les représentations et les applications CAO des cyclides.

Références :

- [1] G. Albrecht, Determination and classification of rational triangular quadric patches, *Computer Aided Geometric Design* 15, 675-697, 1998.
- [2] G. Albrecht, An Algorithm for Parametric Quadric Patch Construction, *Computing* 72, 1-12, 2004.
- [3] G. Albrecht and W. Degen, Construction of Bézier rectangles and triangles on the symmetric Dupin horn cyclide by means of inversion, *Computer Aided Geometric Design* 14(4), 349—375, 1996.
- [4] G. Albrecht, B. Belbis, L. Garnier, Modélisation d'une surface de Bézier rationnelle biquadratique convertible en un carreau de supercyclide, *Actes des Journées du Groupes de Travail en Modélisation Géométrique (GTMG), IRIT, Toulouse, 2009.*
- [5] S. Allen and D. Dutta, Cyclides in pure blending I, *Computer Aided Geometric Design* 14(1), 51-75, 1997

- [6] S. Allen and D. Dutta, Cyclides in pure blending II, Computer Aided Geometric Design, (1), 77-102, 1997
- [7] Beccari C., Casciola G., Romani L., A non-stationary uniform tension controlled interpolating 4-point scheme reproducing conics, Computer Aided Geometric Design 24(1), 1-9, 2007.
- [8] Dyn N., Levin D., Subdivision schemes in geometric modelling, Acta Numerica 11, Cambridge University Press, 73-144, 2002.
- [9] J. Peters, U. Reif, Subdivision Surfaces, Springer 2008
- [10] Sabin M.A., Recent progress in subdivision: a survey. Advances in multiresolution for geometric modeling, Mathematics + Visualization, Springer, 203-230, 2005.

Description du projet en anglais

This PhD project accompanies the set-up of a European project within the EUROSTARS programme (<http://www.eurostars-eureka.eu/>), where the partners are the mathematics department of the Università degli studi di Bologna, Italy (<http://www.dm.unibo.it/>, coordinator), the team LAMAV-CGAO of the Université de Valenciennes (<http://www.univ-valenciennes.fr/lamav/cgao/>) and the CAD company think3 (<http://www.think3.com/en/default.aspx>). It constitutes the continuation of the strategic project IT4CAD (see <http://www.dm.unibo.it/~morigi/>, section research), its objective is to continue to integrate subdivision surfaces into commercial CAD software in order to make the design and the editing of surfaces more rapid and more intuitive within these systems.

Subdivision surfaces are defined as the limit of a sequence of successive refinements applied to a starting mesh. These surfaces allow the modelling of objects with very complex shape in a simple and natural way. Thanks to these characteristics, they have been widely used in the digital animation and gaming industry. Their use in CAD is only at the beginning due to problems related to high precision demand, to the conversion between the new format and the standard NURBS format as well as the reproduction of popular shapes such as spheres, cylinders, cones, tube surfaces etc.

In this context, the goal of this PhD project is to develop subdivision methods in order to reproduce particular surfaces that are often encountered in CAD applications. The surfaces to be considered are quadrics and Dupin cyclides. The quadrics are algebraic surfaces of order two, they include spheres, cylinders, and cones, as well as ellipsoids, paraboloids, and hyperboloids, and they are often used in mechanical engineering and in architecture due to their appealing and practical shapes as well as their simple mathematical representations. Dupin cyclides are algebraic surfaces of degree four including tori, and having a variety of geometrical properties that facilitate their use in geometric modelling. In engineering applications they are particularly important as blending surfaces between planes, cones, cylinders and spheres.

As initial meshes quadrilateral and triangular meshes will be considered.

The work will be based on the following references.

Regarding the subdivision methods the articles [7, 8, 9] and the monograph [10] will constitute the basis for the research, where the reference [7] will serve as

starting point for a possible generalisation of a conic reproduction method in the plane towards a quadric reproduction method in 3 space.
The publications [1, 2] will serve as introduction to CAD adapted representations for quadrics, and the articles [3, 4, 5, 6] will give the starting point for the CAD representations and applications of cyclides.

References :

- [1] G. Albrecht, Determination and classification of rational triangular quadric patches, *Computer Aided Geometric Design* 15, 675-697, 1998.
- [2] G. Albrecht, An Algorithm for Parametric Quadric Patch Construction, *Computing* 72, 1-12, 2004.
- [3] G. Albrecht and W. Degen, Construction of Bézier rectangles and triangles on the symmetric Dupin horn cyclide by means of inversion, *Computer Aided Geometric Design* 14(4), 349—375, 1996.
- [4] G. Albrecht, B. Belbis, L. Garnier, Modélisation d'une surface de Bézier rationnelle biquadratique convertible en un carreau de supercyclide, *Actes des Journées du Groupes de Travail en Modélisation Géométrique (GTMG)*, IRIT, Toulouse, 2009.
- [5] S. Allen and D. Dutta, Cyclides in pure blending I, *Computer Aided Geometric Design* 14(1), 51-75, 1997
- [6] S. Allen and D. Dutta, Cyclides in pure blending II, *Computer Aided Geometric Design*, (1), 77-102, 1997
- [7] Beccari C., Casciola G., Romani L., A non-stationary uniform tension controlled interpolating 4-point scheme reproducing conics, *Computer Aided Geometric Design* 24(1), 1-9, 2007.
- [8] Dyn N., Levin D., *Subdivision schemes in geometric modelling*, *Acta Numerica* 11, Cambridge University Press, 73-144, 2002.
- [9] J. Peters, U. Reif, *Subdivision Surfaces*, Springer 2008
- [10] Sabin M.A., Recent progress in subdivision: a survey. *Advances in multiresolution for geometric modeling*, *Mathematics + Visualization*, Springer, 203-230, 2005.

