DEUXIEME JOURNEE "EXPOSONS NOUS"
5 JANVIER 2012

PROGRAMME

9:20 - 10:15 **VRANCKEN Luc**, (GéoAnGl)
Le cercle circonscrit à une courbe fermée et le théorème des 4 sommets pour une courbe simple fermée

On appellera sommet d'une courbe, un point critique de la courbure. La courbure d'une courbe fermée possédant un maximum et un maximum, elle admet au moins deux sommets. Ceci est optimal dans le cas des courbes immergées.

Par contre on a mieux dans le cas des courbes simples fermées. Une courbe simple fermée possède au moins quatre sommets. Plus précisément la courbure admet au moins deux maxima locaux et deux minima locaux.

Ce théorème a une longue histoire qui commence en 1909 quand Mukhopadaya le démontre pour une courbe convexe. Puis en 1912 Kneser donne une démonstration dans le cas général et sensuit une succession de nouvelles preuves et de généralisations. Nous présentons ici une preuve due à Robert Osserman en 1985, qui en plus d'être d'une grande simplicité, explique clairement pourquoi il ne peut en être autrement. Dans son article Osserman écrit au début de l'article la chose suivante : "L'essence de la preuve peut se résumer en une phrase : Considérer le cercle circonscrit." Ce que nous allons nous empresser de faire...

10:15 - 10:40 **Pause Café**

10:40 - 11:35 **HEMARD Denis**, (AlgNum)
La théorie de Galois: un jeu entre les théories des groupes et des extensions de corps

On essayera de montrer comment on y joue, c'est-à-dire d'en faire une présentation suffisante pour comprendre et apprécier quelques applications (essentiellement arithmétiques) remarquables.

11:40 - 12:35 **SAINI Laura**, (CGAO)
Animation 3D : mouvements de caméra réalistes pour la stop motion

Nous présentons les bases d'un système permettant de concevoir et de produire des mouvements de caméra réalistes pour l'animation stop motion. Les travaux de recherche portent sur trois points. Un état de l'art des outils actuels pour produire des mouvements de caméra en animation stop motion est dressé dans un premier temps. La deuxième partie est consacrée à la représentation mathématique des courbes 3D assurant un contrôle de la courbure ainsi que la gestion d'autres contraintes liées au matériel cinématographique réel tel que Louma, grue, dolly, steadycams, etc. En outre, le système dissocie vitesse et position de la caméra. Actuellement développé dans un environnement propriétaire, le module de simulation sera ensuite adapté aux applications 3D utilisées dans les productions comme Maya, 3D Studio Max et Softimage. La troisième partie présente les moyens de reproduire sur un plateau de stop motion l'animation faite en 3D. Cela suppose un appareil de motion control précis et adapté, capable de faire une prise de vue image par image. Le système, en cours de développement, permettra à terme à la chaîne des acteurs impliqués dans une animation stop motion de prévisualiser et de produire des mouvements de caméra réalistes en 3D. Ces mouvements, paramétrables interactivement grâce à une interface haptique, reproductibles à l'identique et modifiables au cours de la prise de vue, donnent à la mise en scène une liberté accrue.

12:35 - 14:00 **Repas**

14:00 - 14:55 **VENEL Juliette**, (EDP)

Inclusions différentielles : histoire, théorie et applications.

Un filet d'eau descendant dans une cavité, des mouvements de foule, des écoulements de grains de sable, ces sujets différents ont pourtant un point commun : ils peuvent être décrits par une inclusion différentielle. Nous commencerons par introduire ce problème au premier ordre comme Jean-Jacques Moreau l'avait fait dans les années 70. Après un rapide survol de la théorie associée et des progrès faits jusqu'à nos jours, nous continuerons avec les inclusions différentielles du second ordre et leur intérêt en mécanique. Nous verrons comment ces dernières peuvent décrire des chocs inélastiques et donnerons quelques renseignements sur l'étude mathématique de tels problèmes.

15:00 - 15:55 **LOISEAU Bruno**, (TopAlg)

Actions et commutateurs dans des catégories semi-abéliennes.

On a pris conscience dans les années 50 que certaines théories (notamment la thorie des faisceaux) présentaient des similitudes avec la théorie des groupes abéliens, ou plus généralement des modules sur un anneau commutatif. Ces similitudes s'exprimant sous forme de propriétés universelles, il était naturel d'utiliser le langage des catégories pour les répertorier. Ainsi est apparue la théorie des catégories abéliennes. Elle a permis de donner des démonstrations générales s'appliquant à diverses théories, en s'appuyant uniquement sur ces propriétés universelles, et sans devoir entrer dans la technique spécifique à chaque théorie. En d'autres termes, d'éviter de faire sans cesse des démonstrations similaires avec un niveau de technicité parfois élevé. D'une certaine manière, il s'agissait de faire "comme si" on travaillait dans la théorie des modules alors qu'on travaillait dans des théories plus complexes. Toutefois, le cas non commutatif résistait à un tel traitement ; on ne disposait pas d'une description analogue pour des théories présentant des analogies avec la théorie des groupes. Les catégoriciens ont pu établir une telle description dans les années 90 avec la théorie des catégories semi-abéliennes. Outre la catégorie des groupes, des exemples sont les algèbres de Lie, les groupes topologiques compacts, les C^*-algèbres... Nous présenterons une axiomatique simple de ces catégories et esquisserons comment on peut y définir des notions d'actions, produits semi-directs, commutateurs.

15:55 - 16:15 **Pause Café**

16:15 - 17:10 **JRAIFI Abdelilah**, (PrStat)

Pricing Options

Dans cet exposé, nous nous intéressons à évaluer une option par un modèle de diffusion avec saut à volatilité stochastique. Nous établissons le lien entre le problème stochastique (EDS) et le problème variationnel (EIDP), en vue d'approcher numériquement le problème par la méthode de Monté Carlo et par la méthode des éléments finis, et de simuler et comparer les résultats.

Mots-Clés : processus de Lèvy, volatilité stochastique, formulation variationnelle.

Motivation : Avec le développement des marchés financiers, l'étude des options n'a pas cessé de prendre de l'importance. Les options font maintenant l'objet de transactions considérables sur de nombreux marchés. Les contrats forward, les swaps et différents types d'options sont régulièrement échangés sur les marchés.

Une option d'achat ou de vente (i.e call ou put) est un titre financier conditionnel qui donne le droit, mais non l'obligation d'acheter ou de vendre un actif déterminé à un prix convenu à l'avance - le prix d'exercice K - à ou avant (selon qu'il s'agit d'une option européenne ou américaine) une date d'échéance déterminée T - appelé la maturité ou l'échéance - .

S'approprier une option permet de se couvrir contre les fluctuations futures du marché. Pour avoir ce privilège l'acheteur paie immédiatement au vendeur la valeur de l'option, souvent appelée la prime. Mais, quelle est cette valeur au juste ?

La question de la détermination de la **prime** est le problème de **pricing** : à quel prix vendre l'option à sa naissance ($t = 0$), ainsi qu'à n'importe quel moment dans sa vie ($0 \leq t \leq T$)?

Il faut donc pouvoir déterminer la **prime** à tout instant. Pour ce faire, on a besoin d'avoir recours à une modélisation mathématique des marchés financiers.

L'utilisation des probabilités pour la modélisation financière date du début du vingtième siécle. En 1900, L.Bachelier introduit le mouvement brownien pour bâtir une "théorie de la spéculation". Cet outil mathématique n'est cependant utilisé de manière systématique que plusieurs décennies après.

En 1973, Black et Scholes (et Merton) ont proposé une formule, qui porte aujourd'hui leurs noms, pour le pricing d'une option européenne d'achat, et ont obtenu le prix Nobel d'économie pour leurs travaux.

La plupart des modèles d'évaluation d'options utilisés actuellement sont basés sur le modèle de Black et Scholes. Cependant, le modèle initial ne permet pas de modéliser précisément le monde réel et suppose des conditions qui sont pas vérifiées.

Contrairement au modèle de Black & Scholes, le modèle que nous étudions permet d'introduire des processus à trajectoires discontinues et à volatilité stochastique, ce qui permet, d'une part de modéliser l'evolution des cours et d'autre part de prendre compte des variations brutales de prix dues à des évenement rares (publications des chiffres économiques , événements politiques). On obtient des formules de prix dépendant de plusieurs paramètres, dont l'ajustement permet de "coller" davantage aux données du marché.